A TAPOLCAI BATSÁNYI GIMNÁZIUM ÉS KOLLÉGIUM HELYI TANTERVE

MATEMATIKA

2013.

Tartalomjegyzék

1 A MATEMATIKA TANTÁRGY ÉRTÉKELÉSI, OSZTÁLYOZÁSI SZEMPONTJAI: 6
2 9–10. ÉVFOLYAM 7
3 11–12. ÉVFOLYAM 25
4 9–10. ÉVFOLYAM 41
5 11–12. ÉVFOLYAM 64

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszerről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló, rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömének forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mindinkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytani, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reproduktív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani az összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természet-tudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódást. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű

matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanulók képessé válhatnak a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátjukétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika a lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában történő feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglakozzunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimum-problémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulókban azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, illetve hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, illetve a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, valamint pl. vegyész, grafikus, szociológus), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja minden tanuló számára: Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann. A kerettanterv ezen kívül is sok helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport

befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértetése.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nemcsak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódó tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

1 A matematika tantárgy értékelési, osztályozási szempontjai:

- A pedagógiai programunkban megfogalmazottak alapján szóbeli és írásbeli számonkérések vannak, de az írásbeli számonkérés aránya nagyobb.
- A témazáró dolgozatok eredményét duplán vesszük figyelembe a félévi és év végi értékeléskor. A többi számonkérésre kapott érdemjegy szimplán számít.
- A tantervekben megfogalmazott tananyagokból minden fogalom megtanulása, a tételek kimondása és a tanórán is feldolgozott mintafeladatok reproduktív ismerete tartozik az elégséges szinthez,
- Jeles év végi jegyet az a tanuló kaphat, akinek nincs hármasnál rosszabb témazáró dolgozata az év során, és a témazáró osztályzatainak több mint a fele (csak jó és jeles témazáró osztályzatok esetén legalább a fele) jeles
- A tanórai aktivitást is értékelhetjük osztályzattal
- Az osztályzatokat a tanár az osztályzat keletkezésekor közli a tanulókkal, szóbeli magyarázatot is fűz hozzá, és az osztályzatokat rögzíti a naplóban.
- A félévi és év végi érdemjegyek megállapítása az osztályzatok alapján történik, de a változások tendenciáját, a hozzáállást is figyelembe vesszük.

2 9–10. évfolyam

A 9–10. évfolyamon, a szemlélet alapján, a tevékenységeken, felfedeztetéseken keresztül korábban kialakított fogalmak pontos definiálására, az összefüggések felismerésére, modellek készítésére kell helyezni a fő hangsúlyt. Szükséges a matematika alkalmazási területeinek széles körű bemutatása a matematikán belüli problémák megoldásában, illetve más tudományok segítőjeként. Ezekben az években erősödik a tanulók önismerete, és megfelelő képességfejlesztéssel és módszertani változatossággal mind több tanulóban kialakulhat a matematika, illetve a természettudomány valamely ága iránti érdeklődés.

A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismeretszerzés fő módszere a tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása. Ezeken az évfolyamokon a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségek megismerésén van a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenki által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.)

A problémamegoldás megszerettetésének igen fontos eszközei lehetnek a matematikai alapú játékok. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat, és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amilyeneket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A matematikatanításnak ebben a szakaszában sok érdekes matematikatörténeti vonatkozással lehet közelebb hozni a tanulókhoz a tantárgyat. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját. A geometria egyes területeinek (pl. szimmetriák) a művészetekben való alkalmazásait megjelenítve világossá tehetjük a tanulók előtt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

Ez az életkor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók digitális kompetenciájának növeléséhez, ugyanúgy, mint a geometriai és egyéb matematikai programok használata is. A számítógép által nyújtott határtalan lehetőségeket képesek legyenek felismerni, és hatékonyan felhasználni. Fontos célkitűzés, hogy a feladatmegoldások közben a számológépet segédeszközként tudják használni.

Ebben az életkori szakaszban már elvárható, hogy a tanulók a leírt szöveget pontosan megértsék, gondolataikat igyekezzenek szabatosan kifejteni. A matematikai gondolkodásmód fejlődésével egyre magabiztosabban képesek véleményt nyilvánítani, érvelni, mások gondolatait megérteni.

2.1 9. évfolyam

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák. Ezen kívül számonkérésre és ismétlésre **6-6** órát terveztünk.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok 1.1 Halmazok, ponthalmazok**	**Órakeret 9 óra**
Előzetes tudás	Csoportosítás különböző szempontok alapján. Halmazműveletek véges halmazokon. Halmazábra. Részhalmaz. Számhalmazok, ponthalmazok.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmaz fogalmának mélyítése, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. Több szempont alkalmazásával a megosztott figyelem fejlesztése. Definíciók, jelölések használata során az emlékezet fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	**Kapcsolódási pontok**
Intervallumok: zárt, nyílt, félig zárt, félig nyílt. A fogalom szemléletes kialakítása, majd definiálása.	
n elemű halmaz részhalmazainak a száma. Korábbi ismeretek felhasználása, a tanult jelölések alkalmazása. Halmazok számossága. Véges és végtelen halmazok, megszámlálható, nem megszámlálható halmazok. *Matematikatörténet*: Georg Cantor.	*Magyar nyelv és irodalom*: mondatok, szavak, hangok rendszerezése.
Halmazműveletek: unióképzés, metszetképzés, különbségképzés, komplementer halmaz. Halmazműveletek alkalmazása több halmazra. Definíciók megfogalmazása, megértése.	*Informatika*: adatbázis-kezelés, adatállományok, adatok szűrése különböző szempontok szerint. *Biológia-egészségtan*: rendszertan. *Kémia:* anyagok csoportosítása.
Nevezetes ponthalmazok: –adott térelemtől adott távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben; –két térelemtől egyenlő távol lévő pontok halmaza – síkban és térben. Vegyes feladatok ponthalmazok és halmazműveletek alkalmazására szerkesztéssel is.	*Informatika:* geometriai szerkesztőprogram. *Vizuális kultúra:* a tér ábrázolása.
Ponthalmazok a koordinátasíkon. Koordinátákkal megadott feltételek.. *Matematikatörténet*: René Descartes.	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Véges és végtelen halmaz, unió, metszet, különbség, komplementerhalmaz, Intervallum.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika 1.2 Matematikai logika**	**Órakeret 4 óra**
Előzetes tudás	Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből. Matematikai állítások vizsgálata. Igaz és hamis állítások. Állítás tagadása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A köznapi életben használt logikai következtetések és a matematikai logikában használt kifejezések összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendszerezése a célnak megfelelően. Matematikai állítások helyes megfogalmazása, érvelés, vitakultúra fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	**Kapcsolódási pontok**
Matematikai tartalmú szöveg értelmezése. Tétel kimondása, bizonyítása. Állítás és megfordítása. Direkt, indirekt bizonyítás. Szükséges, elégséges, szükséges és elégséges feltétel. Állítások megsejtése, bizonyítás vagy cáfolat megadása.	*Etika:* a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.
Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY, „Minden”, „van olyan”, ha …., akkor. A köznapi szóhasználat és a matematikai kifejezés kapcsolatának megértése. Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, alkalmazása. Érvelés és vita, ellenpélda szerepe.	*Magyar nyelv és irodalom*: retorikai alapismeretek. Mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.
Logikai szita. Modellalkotás egy-egy tipikus problémára.	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. Ha…. akkor), szükséges és elégséges feltétel. Sejtés, bizonyítás.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**2. Számelmélet, algebra 2.1 Valós számok**	**Órakeret 6 óra**
Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejben, írásban. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A számkörbővítés elveinek megértése. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése.	

Ismeretek és fejlesztési követelmények	**Kapcsolódási pontok**
Számok normálalakja. Számolás normálalakban felírt számokkal. Normálalak a számológépen.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan*: a tér, az idő, az

A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás. Számok tizedes tört alakja. Véges, végtelen szakaszos, végtelen nem szakaszos tizedes törtek. Irracionális számok. A valós számkör. Műveleti tulajdonságok alkalmazása: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. A valós számok és a számegyenes kapcsolata. A racionális számok halmaza nem elegendő a számegyenes pontjainak jelölésére.	anyagmennyiség nagy és kis méreteinek megadása normálalakkal. *Fizika:* hőmérséklet, elektromos töltés, áram, feszültség előjeles értelmezése.
–Négyzetgyök fogalma. – Számrendszerek *Matematikatörténet*: al-Hvárizmi, Neumann János.	*Informatika:* kommunikáció ember és gép között, adattárolás egységei.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valós szám, normálalak, négyzetgyök, kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**2. Számelmélet, algebra 2.2 Algebrai kifejezések használata**	**Órakeret 20 óra**
Előzetes tudás	Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, helyettesítési érték, zárójelfelbontás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése. Direkt bizonyítási módszer alkalmazása. Ismeretek tudatos memorizálása, az emlékezet fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		**Kapcsolódási pontok**
Algebrai kifejezések. –Egész kifejezések, polinomok, törtkifejezések. Racionális és nem racionális kifejezések. –A kifejezés értelmezési tartománya. –Helyettesítési érték. Műveleti tulajdonságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás) vizsgálata.		*Fizika; kémia*: mennyiségek kiszámítása képlet alapján, képletek átrendezése.
Műveletek többtagú egész algebrai kifejezésekkel. Többtagú kifejezés szorzása többtagú kifejezésekkel – zárójelfelbontás, előjelszabályok. Többtagú kifejezés szorzattá alakítása kiemeléssel.		
Nevezetes azonosságok: $(a\pm b)^2$; $(a+b)\cdot(a-b)$; $(a\pm b)^3$; $(a+b+c)^2$; a^3-b^3; a^3+b^3 Ismeretek (képletek) tudatos memorizálása. Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.		
Azonos átalakítások.		*Fizika; kémia:*

– Polinomok összeadása, kivonása, szorzása, hatványozása. Kiemelés, szorzattá alakítás. Kifejezések legnagyobb közös osztója, legkisebb közös többszöröse. – Algebrai törtek összeadása, kivonása, szorzása, osztása. Egyszerűsítés. Bővítés. A tanult azonosságok, tulajdonságok felhasználása algebrai átalakítások, egyszerűsítések során. *Matematikatörténet*: algebra – Dugonics András.	képletek értelmezése, egyenletek rendezése.
Két szám számtani- és mértani közepe, a köztük lévő egyenlőtlenség. Algebrai bizonyítás.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Algebrai kifejezés, polinom, algebrai tört, azonosság, számtani közép, mértani közép.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**2. Számelmélet, algebra 2.3 Oszthatóság**	**Órakeret 4 óra**
Előzetes tudás	Osztó, többszörös, prímszám, prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Algebrai azonosságok alkalmazása oszthatósági feladatokban, az ismeretek összekapcsolásának felfedezése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		**Kapcsolódási pontok**
Osztó, többszörös, oszthatóság, oszthatósági szabályok. Algebrai azonosságok alkalmazása oszthatósági feladatokban.		
A tanult ismeretek felidézése: prímszám, összetett szám, prímtényezős felbontás. A számelmélet alaptétele. Végtelen sok prímszám van. Osztók számának meghatározása a prímtényezős felbontásból. *Matematikatörténet*: Euklidesz, Eratosztenész, Euler, Fermat, Gauss.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**2. Számelmélet, algebra 2.4 Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer**	**Órakeret 15 óra**
Előzetes tudás	Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának belátása. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		**Kapcsolódási pontok**
Elsőfokú egyenletek.		

– Alaphalmaz, megoldáshalmaz. – Ekvivalens átalakítások. – Mérlegelv. Egyenletek algebrai, grafikus megoldása. Digitális technikák használata az egyenletmegoldás során.	
Elsőfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. A korábban tanult feladattípusok megoldási módszereinek elmélyítése. A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése, egyenlet felírása; a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	*Fizika*: kinematika, dinamika. *Kémia*: oldatok összetétele. *Földrajz:* a pénzvilág működése. *Technika, életvitel és gyakorlat*: tudatos élelmiszer-választás, becslések, mérések, számítások. *Társadalmi, állampolgári és gazdasági ismeretek:* a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.
Törtes egyenletek, egyenlőtlenségek. Értelmezési tartomány. Ekvivalens átalakítások. Az ellenőrzés szerepe, szükségessége. Törtek előjelének vizsgálata.	
Abszolút értéket tartalmazó egyenletek, egyenlőtlenségek. *Matematikatörténet*: Weierstrass	
Elsőfokú egyenletrendszerek. – Grafikus megoldás. – Behelyettesítő módszer. – Egyenlő együtthatók módszere. – Új ismeretlen bevezetése. Különböző módszerek megismerése és alkalmazása ugyanarra a problémára. Egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. A kapott eredmény értelmezése, valóságtartalmának vizsgálata.	*Informatika*: számítógépes program használata. *Magyar nyelv és irodalom:* szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony

	felismerése és magyarázata.
Egyenlőtlenségek grafikus megoldása. Egyenlőtlenségek algebrai megoldása. Egyismeretlenes egyenlőtlenségrendszer.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Elsőfokú egyenlet, egyenlőtlenség, értelmezési tartomány, azonosság. Ekvivalens átalakítás, hamis gyök. Egyenletrendszer.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**3. Függvények**	**Órakeret 10 óra**
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, abszolútérték-függvény, másodfokú függvény ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvény-transzformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	**Kapcsolódási pontok**
Függvény fogalma. Értelmezési tartomány, értékkészlet. A függvény megadási módjai, ábrázolása, jellemzése. Új fogalmak: paritás, korlátosság.	*Informatika*: függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével. *Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* időben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése.
Egyenes arányosság. Elsőfokú függvények, lineáris függvények. Lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapokban.	*Fizika; kémia:* egyenesen arányos mennyiségek.
Abszolútérték-függvény. Másodfokú függvények. Teljes négyzetté kiegészítés. Hatványfüggvények. Négyzetgyökfüggvény. A függvénygrafikonok elkészítése és használata a függvény jellemzésére.	*Informatika:* függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével.

Fordított arányosság, elsőfokú törtfüggvény.	*Fizika; kémia*: fordítottan arányos mennyiségek.
Függvénytranszformációk. A tanult függvények többlépéses transzformációi az alábbiak összetételével: $f(x)+c$; $f(x+c)$; $c\cdot f(x)$; $f(c\cdot x)$; $\lvert f(x)\rvert$. Függvények jellemzése (értékkészlet, monotonitás, szélsőérték, korlátosság, paritás, zérushely).	*Fizika:* a megfigyelés időbeli és térbeli kezdőpontja változásának hatása a mennyiségek közötti összefüggésekre.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény grafikonja. Paritás, korlátosság.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**4. Geometria 4.1 Sokszögek**	**Órakeret 12 óra**
Előzetes tudás	Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága. Háromszögek, négyszögek, sokszögek tulajdonságai. Speciális háromszögek, négyszögek elnevezése, felismerése, tulajdonságaik. Háromszögek szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Bizonyítási igény kialakítása. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	**Kapcsolódási pontok**
Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge.	
A háromszög oldalai és szögei. – Háromszög-egyenlőtlenség. – Összefüggések a háromszög szögei között – belső szögek, külső szögek. – Összefüggések a háromszög oldalai és szögei között. A háromszögek szögeiről, oldalairól tanult tételek bizonyítása, alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban.	
A háromszögek nevezetes vonalai: – A háromszög oldalfelező merőlegesei, a háromszög köré írt köre. – A háromszög magasságvonalai, magasságpontja. – A háromszög szögfelező egyenesei, a háromszög beírt köre, hozzáírt körei. – A háromszög súlyvonalai, súlypontja.	*Informatika*: geometriai szerkesztő program használata.
Négyszögek, sokszögek, szabályos sokszögek. Belső és külső szögek összege. Átlók száma.	
Pitagorasz-tétel és megfordítása.	*Fizika*: vektor

Számítási feladatok síkban és térben. A tétel és megfordításának alkalmazása feladatokban. *Matematikatörténet*: Pitagorasz.	felbontása merőleges összetevőkre.
Thalész tétele és a tétel megfordítása. Alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban. Körérintő szerkesztése. *Matematikatörténet*: Thalész.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Hozzáírt kör. Sokszög.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**4. Geometria** **4.2 Geometriai transzformációk**	**Órakeret 13 óra**
Előzetes tudás	Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismertetése a matematikában és a valóságban. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	**Kapcsolódási pontok**
Geometriai transzformáció fogalma. Egybevágósági transzformációk rendszerezése. Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli elforgatás, eltolás. A geometriai transzformációk tulajdonságai: − fixpont, fixegyenes, fixsík; − szögtartás, távolságtartás, irányítástartás; − szimmetrikus és nem szimmetrikus transzformáció. Geometriai transzformációk szorzata.	*Informatika*: geometriai szerkesztőprogram használata.
Az egybevágóság fogalma. Egybevágó alakzatok felismerése. Alakzatok egybevágósága. A háromszögek egybevágóságának alapesetei.	
Szimmetrikus alakzatok. A szimmetrián alapuló tulajdonságok felismerése: szögek, szakaszok egyenlősége.	*Vizuális kultúra*: művészettörténeti stíluskorszakok.
Szerkesztési, számítási és bizonyítási feladatok. Az egybevágóság, a szimmetria felismerése, hatékony alkalmazása. Vázlatkészítés, elemzés, diszkusszió.	
A paralelogramma, a háromszög és a trapéz középvonala. A középpontos tükrözés alkalmazása.	
Kör és részei, kör és egyenes.	*Fizika:* körmozgás, a körpályán mozgó test

Ív, húr, körcikk, körszelet. Szelő, érintő.	sebessége. *Vizuális kultúra:* építészeti stílusok.
A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján).	*Fizika:* körmozgás sebessége, szögsebessége.
A körcikk területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között (szemlélet alapján).	
A szög ívmértéke. A radián mint mértékegység. Átváltás fok és radián között.	*Fizika:* szögsebesség, szöggyorsulás.
A vektor. Ellentett vektorok, nullvektor, egyenlő vektorok, vektor abszolútértéke. Műveletek vektorokkal: − összeadás (paralelogramma módszer, láncmódszer); − kivonás; − számmal való szorzás. A vektorműveletek tulajdonságai. Szerkesztési feladatok. Vektorműveletek gyakorlása síkbeli ábrákon is. Analógia a számhalmazokon végzett műveletekkel.	*Fizika*: vektormennyiségek, Newton II. törvénye.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Geometriai transzformáció, egybevágósági transzformáció, szimmetrikus alakzat, számtani és mértani közép. Ívmérték, radián, vektorművelet, paralelogramma-módszer, láncmódszer, nullvektor, ellentett vektor, egyenlő vektor.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**5. Statisztika. valószínűség**	**Órakeret 3 óra**
Előzetes tudás	Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, gyakoriság, relatív gyakoriság. Százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tapasztalatszerzés kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések. Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		**Kapcsolódási pontok**
Statisztikai adatok gyűjtése, elemzése és ábrázolása. Adatok rendezése, osztályokba sorolása, táblázatba rendezése, ábrázolása. Következtetések levonása. Számológép használata. Adathalmazok jellemzői: terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás.		*Földrajz*: időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák. *Történelem, társadalmi és állampolgári*

	ismeretek: történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). *Informatika*: adatkezelés, adatfeldolgozás, információ-megjelenítés.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás.

A fejlesztés várt eredményei a 9. évfolyam végén	*Gondolkodási és megismerési módszerek* – Halmazműveletek alkalmazása számhalmazokra, ponthalmazokra, intervallumokra, véges és végtelen halmazokra. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita alkalmazása feladatmegoldás során. *Számelmélet, algebra* – Racionális és irracionális számok – a valós számok halmazának szemléletes fogalma. – Számok normálalakja, normálalakkal műveletek végzése. – Biztos műveletvégzés, műveletek sorrendje, zárójelek használata. – Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek, azonosságok alkalmazása. – Az elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldási módszereinek használata. Szöveges feladatok megoldása. – A számológép használata. *Geometria* – Térelemek ismerete, a távolság és szög fogalmának értése, ismerete, a távolság és a szög mérése. – A kör és részeinek ismerete. – Egybevágósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban. Egybevágó alakzatok, tulajdonságainak ismerete, alkalmazása feladatokban. – Vektor fogalmának ismerete, vektorműveletek szerkesztése. – Háromszögek, négyszögek, sokszögek szögeinek, nevezetes vonalainak, köreinek ismerete. Az ismeretek alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban. – A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel alkalmazásai. *Függvények, az analízis elemei* – A függvény fogalmának mélyülése. Új függvényjellemzők ismerete: korlátosság, paritás. – A négyzetgyökfüggvény ábrázolása, jellemzése. – Többlépéses függvénytranszformációk elvégzése $f(x)+c$; $f(x+c)$; $c\cdot f(x)$; $f(c\cdot x)$; $\lvert f(x)\rvert$ felhasználásával. – Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok

	elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján. *Valószínűség, statisztika* – Statisztikai adatok elemzése: adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása. – Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése; adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának meghatározása.

2.2 10. osztály

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák. Ezen kívül számonkérésre és ismétlésre **6-6** órát terveztünk.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok 1.1 Matematikai logika**	**Órakeret 3 óra**
Előzetes tudás	Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből. Matematikai állítások vizsgálata. Igaz és hamis állítások. Állítás tagadása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A köznapi életben használt logikai következtetések és a matematikai logikában használt kifejezések összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendszerezése a célnak megfelelően. Matematikai állítások helyes megfogalmazása, érvelés, vitakultúra fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	**Kapcsolódási pontok**
Matematikai tartalmú szöveg értelmezése. Tétel kimondása, bizonyítása. Állítás és megfordítása. Direkt, indirekt bizonyítás. Szükséges, elégséges, szükséges és elégséges feltétel. Állítások megsejtése, bizonyítás vagy cáfolat megadása.	
Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY, „Minden”, „van olyan”, ha …., akkor. A köznapi szóhasználat és a matematikai kifejezés kapcsolatának megértése. Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, alkalmazása. Érvelés és vita, ellenpélda szerepe.	*Magyar nyelv és irodalom*: retorikai alapismeretek.
Skatulyaelv. Modellalkotás egy-egy tipikus problémára.	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. Ha…. Akkor), szükséges és elégséges feltétel. Sejtés, bizonyítás.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok 1.2 Kombinatorika**	**Órakeret 7 óra**
Előzetes tudás	Elemek sorba rendezése, adott szempont szerinti kiválasztása, gráf használata egyszerű leszámolási feladatokban.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A kombinatorikai problémák felfedezése a hétköznapi életben, modellek alkalmazása. A rendszerező képesség, a figyelem fejlesztése. Gráfok segédeszközként való használata a gondolkodásban.	

Ismeretek és fejlesztési követelmények	**Kapcsolódási pontok**
A szorzási és összeadási szabály. Az összeszámlálás technikáinak megértése, alkalmazása.	
Sorba rendezés. Kiválasztás. A szöveg matematikai nyelvre fordítása, matematikai modell készítése. Kombinatorikai problémák felfedezése a mindennapokban. n!, n^k. Az összeszámlálási módszer megértése.	*Technika, életvitel és gyakorlat:* hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel.
Gráfok: csúcs, él, fokszám. Gráfok alkalmazása feladatmegoldásban. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	*Kémia*: molekulák szerkezete. *Informatika*: számítógépes hálózatok felépítése. *Földrajz:* térképek, úthálózat. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* pl. családfa.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szorzási szabály, összeadási szabály, faktoriális, gráf, csúcs, él, fokszám.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**2. Számelmélet, algebra 2.1 Valós számok**	**Órakeret 8 óra**
Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejben, írásban. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. A négyzetgyök fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A számkörbővítés elveinek megértése. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása	

Ismeretek és fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Négyzetgyök fogalma. A négyzetgyökvonás azonosságai. – Az indirekt bizonyítás: a $\sqrt{2}$ irracionális. – Bevitel a gyökjel alá, kiemelés a gyökjel alól. – Nevező gyöktelenítése. Műveletek gyökös kifejezésekkel.	*Fizika:* fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása.
Az *n*-edik gyök fogalma, azonosságai.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Négyzetgyök, *n*-edik gyök.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.2 Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer	Órakeret 26 óra
Előzetes tudás	Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának belátása. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek. – Grafikus megoldás. – Teljes négyzetté kiegészítés. Egyenletmegoldás szorzattá alakítással. Algoritmus keresése a megoldásra. A másodfokú egyenlet megoldóképlete. A megoldóképlet készségszintű alkalmazása. Számológép használata. A másodfokú egyenlet diszkriminánsa. Diszkusszió. Gyöktényezős alak, Viete-formulák. Másodfokúra visszavezethető egyenletek. Új ismeretlen bevezetése. *Matematikatörténet*: magasabb fokú egyenletek megoldhatósága. /Cardano, Galois/	
Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. Modellalkotás, megoldási módszerek. Szövegben történő ellenőrzés. Másodfokú függvények vizsgálata. Teljes négyzetté alakítás használata. Számítógépes program használata. Szélsőérték-feladatok. Másodfokú függvény vizsgálatával.	*Fizika*: egyenletesen gyorsuló mozgás leírása. *Informatika*: számítógépes program használata.
Másodfokú egyenlőtlenségek.	

A megoldás megadása másodfokú függvény vizsgálatával.	
Másodfokú egyenletrendszer. Másodfokú egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. Emlékezés korábban megismert módszerekre, alkalmazás az adott környezetben.	*Fizika:* ütközések.
Négyzetgyökös egyenletek. –Ekvivalens és nem ekvivalens egyenlet-megoldási lépések. –Hamisgyök, gyökvesztés. –Értelmezési tartomány. Ekvivalens átalakítások. Az ellenőrzés szerepe, szükségessége.	*Fizika:* például egyenletesen gyorsuló mozgással kapcsolatos kinematikai feladat.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Ekvivalens átalakítás, hamis gyök. Másodfokú egyenlet, egyenlőtlenség, teljes négyzetté alakítás, megoldóképlet, diszkrimináns, diszkusszió. Egyenletrendszer. Négyzetgyökös egyenlet.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**3. Függvények**	**Órakeret 7 óra**
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, abszolútérték-függvény, másodfokú függvény, függvény-transzformációk ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	**Kapcsolódási pontok**
Másodfokú függvények. Teljes négyzetté kiegészítés. Hatványfüggvények. Gyökfüggvények. A függvénygrafikonok elkészítése és használata a függvény jellemzésére.	*Informatika:* függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével.
Másodfokú és gyökfüggvények jellemzése (értékkészlet, monotonitás, szélsőérték, korlátosság, paritás, zérushely).	*Fizika:* egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény grafikonja. Paritás, korlátosság.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**4. Geometria 4.1 Geometriai transzformációk**	**Órakeret 14 óra**
Előzetes tudás	Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A vektor Vektor felbontása összetevőkre. Bázisvektorok, bázisrendszer. Vektorok koordinátái. Vektor hosszának számítása. Helyvektor, szabadvektor.	*Fizika*: eredő erő, eredő összetevőkre bontása, helymeghatározás.
A párhuzamos szelők tétele és megfordítása. A párhuzamos szelőszakaszok tétele. Szakasz arányos osztása. Számítási és bizonyítási feladatok.	
A középpontos hasonlóság fogalma és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció fogalma és tulajdonságai. Aránytartó transzformáció. Szerkesztési, számítási, bizonyítási feladatok.	*Földrajz*: térképek.
Hasonló alakzatok. A háromszögek hasonlóságának alapesetei. A sokszögek hasonlósága. A hasonló síkidomok területének aránya. A hasonló testek felszínének és térfogatának aránya.	*Fizika*: hasonló háromszögek alkalmazása – lejtőmozgás, geometriai optika.
Arányossági tételek háromszögekben. Szögfelező tétel, magasságtétel, befogótétel. A számtani és a mértani közép közötti egyenlőtlenség geometriai bizonyítása. Mértani közép szerkesztése.	*Vizuális kultúra*: festészet, építészet.
Kerületi és középponti szögek és a hozzá kapcsolódó tételek. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése, következtetések levonása. Húrnégyszögek és érintőnégyszögek definíciója, tételei. Speciális érintőnégyszögek, húrnégyszögek. Látókörív. Látókörív szerkesztése.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Hasonlósági transzformáció, hasonló alakzat, számtani és mértani közép, kerületi és középponti szög, húrnégyszög, érintőnégyszög, látókörív. Bázisvektor, bázisrendszer, vektorkoordináta. Helyvektor, szabadvektor.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Szögfüggvények	Órakeret 24 óra
Előzetes tudás	Hasonlóság alkalmazása számolási feladatokban, vektorok koordinátáinak használata, szög ívmértéke.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Síkbeli és térbeli ábra készítése a valós geometriai problémáról. Számítási feladatok, a megoldáshoz alkalmas szögfüggvény megtalálása. Számológép, számítógép használata.	

Ismeretek/és fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Távolságok, magasságok meghatározása arányokkal. A valóság kicsinyített ábrájáról szögek és szakaszok	*Fizika*: lejtőn mozgó testre ható erők

meghatározása méréssel és számolással. A hegyesszögek szögfüggvényeinek definíciója. Szögfüggvény értékének és szögek értékének meghatározása számológéppel. Számítási feladatok szögfüggvények használatával síkban és térben.	kiszámítása.
Nevezetes szögek szögfüggvényei: 30°; 60°; 45°. Összefüggések egy hegyesszög szögfüggvényei között. Pótszögek szögfüggvényei. Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szögfüggvény, periódus. Forgásszög, egységvektor, egységkör.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**6. Statisztika. valószínűség**	**Órakeret 7 óra**
Előzetes tudás	Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség fogalma. Százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tapasztalatszerzés kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések. Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		**Kapcsolódási pontok**
Véletlen jelenségek megfigyelése. Kockadobások, pénzérme. Véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.		*Biológia-egészségtan:* öröklés, mutáció
Esemény, eseménytér, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Műveletek eseményekkel. Kétváltozós műveletek értelmezése. Egyszerűbb események valószínűségének kiszámítása. Klasszikus valószínűségi modell. A valószínűség meghatározása kombinatorikus eszközökkel.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Esemény, valószínűség.	

A fejlesztés várt eredményei a 10. év végén	*Gondolkodási és megismerési módszerek* – Halmazműveletek alkalmazása számhalmazokra, ponthalmazokra, intervallumokra, véges és végtelen halmazokra. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita és a skatulyaelv alkalmazása feladatmegoldás során. – Szorzási és összeadási szabály alkalmazása kombinatorikai feladatokban. – Gráfok használata gondolatmenet szemléltetésére. *Számelmélet, algebra*

	– Racionális és irracionális számok – a valós számok halmazának szemléletes fogalma. – Számok normálalakja, normálalakkal műveletek végzése. – Biztos műveletvégzés, műveletek sorrendje, zárójelek használata. – Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek, azonosságok alkalmazása. – A gyökvonás fogalmának ismerete, a gyökvonás azonosságainak alkalmazása, négyzetgyökös egyenletek megoldása. – Első és másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldási módszereinek használata. Szöveges feladatok megoldása. – Másodfokúra vezető szélsőérték-problémák megoldása teljes négyzetté alakítással. – A számológép használata. *Geometria* – Térelemek ismerete, a távolság és szög fogalmának értése, ismerete, a távolság és a szög mérése. – A kör és részeinek ismerete. – Körrel kapcsolatos tételek alkalmazása (kerületi és középponti szögek tétele, húrnégyszögek és érintőnégyszögek tételei). – Egybevágósági és hasonlósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban. Egybevágó alakzatok, hasonló alakzatok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása feladatokban. – Vektor fogalmának ismerete, vektorműveletek szerkesztése. Vektorfelbontás. – Háromszögek, négyszögek, sokszögek szögeinek, nevezetes vonalainak, köreinek ismerete. Az ismeretek alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban. – A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel alkalmazásai. – Hegyesszögek——szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete. *Függvények, az analízis elemei* – A függvény fogalmának mélyülése. Új függvényjellemzők ismerete: korlátosság, periodicitás, paritás. – A négyzetgyökfüggvény, trigonometrikus alapfüggvények ábrázolása, jellemzése. – Többlépéses függvénytranszformációk elvégzése $f(x)+c$; $f(x+c)$; $c\cdot f(x)$; $f(c\cdot x)$; $\lvert f(x)\rvert$ felhasználásával. – Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján. *Valószínűség, statisztika* – Statisztikai adatok elemzése: adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása. – Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése; adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának meghatározása. – Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. A műveletek elvégzése az eseménytérben. – A valószínűség klasszikus modelljének alkalmazása.

3 11–12. évfolyam

A gimnázium utolsó két évében a témakörök feldolgozásánál a matematika látásmódjának, alkalmazhatóságának a bemutatása a cél. Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző és összegző képesség alakítása. Ezen a két évfolyamon áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk. Olyan tudást, amelyhez kell az előző évek alapozása, amely kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszi. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit, s így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára. A statisztikai kimutatások és az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése hozzájárul a vállalkozói kompetencia fejlesztéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Gyakran alkalmazhatjuk a digitális technikát az adatok, problémák gyűjtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban és mindennapjaink gyakorlatában is elengedhetetlen. A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakítására.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A matematikatörténet feldolgozása például alkalmas erre. Ez sokat segíthet abban, hogy a matematikát kevésbé szerető tanulók se tekintsék gondolkodásmódjuktól távol álló területnek a matematikát.

3.1 11. osztály

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák. Ezen kívül számonkérésre, ismétlésre pedig **8-8** órát terveztünk.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok**	**Órakeret 12 óra**
Előzetes tudás	Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY. Skatulyaelv, logikai szita. Sorbarendezési és kiválasztási feladatok, gráf használata feladatmegoldásban. Gráf, csúcs, él, fokszám.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Kombinatorikai és gráfelméleti módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		**Kapcsolódási pontok**
Matematikai logika. Logikai műveletek: negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia. A köznapi szóhasználat és a matematikai szóhasználat		

összevetése. Logikai és halmazelméleti műveletek kapcsolata. *Matematikatörténet*: magyar matematikusok szerepe a matematikai logikában.	
Kombinatorika Permutáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Variáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Kombináció – ismétlés nélkül. Összeszámlálások vegyes kombinatorikai feladatokon keresztül. Jelek használata: n!, $\binom{n}{k}$. Binomiális együtthatók néhány alapvető tulajdonsága. Pascal-háromszög vizsgálata, állítások, sejtések megfogalmazása, igazolása. *Matematikatörténet*: Blaise Pascal, Erdős Pál.	*Biológia-egészségtan*: genetika.
Gráfok Gráfelméleti alapfogalmak: csúcs, él, fokszám. Gráfok alkalmazása leszámolási feladatokban – rendszerező ismétlés. Fagráf, egyszerű gráf, összefüggő gráf, teljes gráf szemléletes fogalma, felhasználásuk feladatmegoldásokban. Fokszámra és élek számára vonatkozó összefüggések ismerete. *Matematikatörténet*: Euler.	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Permutáció, variáció, kombináció, binomiális együttható. Negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia. Fagráf, körgráf, egyszerű gráf, összefüggő gráf, teljes gráf. Fokszám.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**2. Hatvány, gyök, logaritmus**	**Órakeret 25 óra**
Előzetes tudás	Hatványozás egész kitevővel, hatványozás azonosságai, n-edik gyök, gyökvonás azonosságai. Valós számok halmaza.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása: a racionális kitevő értelmezése. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: exponenciálisan, logaritmikusan változó mennyiségek. A matematikai ismeretek alkalmazásának felismerése más tudományágban és mindennapjainkban.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	**Kapcsolódási pontok**
Az egész kitevőjű hatványok, a hatványozás azonosságainak ismétlése. Számológép használata hatványok értékének kiszámításában, normálalak használatában. Azonos átalakítások; a célszerű módszer, lépés megválasztása. Kamatszámítás, hitelfelvétel, törlesztőrészlet-számítás. A hatványfogalom kiterjesztése – törtkitevőjű hatványok. A hatványozás eddigi azonosságai érvényben maradnak – permanencia-elv.	*Fizika*: radioaktivitás (bomlási törvény, aktivitás). *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek; földrajz:* Exponenciális

Exponenciális függvény. Az exponenciális függvény ábrázolása, vizsgálata – irracionális kitevőjű hatvány fogalma szemléletes alapon.	folyamatok a természetben és a társadalomban, globális kérdések: - erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában.
Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek. Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával. Exponenciális egyenletre vezető valós problémák megoldása.	*Földrajz; biológia-egészségtan:* globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás).
Számolás 10 hatványaival, 2 hatványaival. A logaritmus fogalma. A logaritmus értékének meghatározása a definíció alapján és számológéppel. A logaritmus azonosságai: –szorzat, hányados, hatvány logaritmusa; –áttérés más alapú logaritmusra. A logaritmus azonosságainak alkalmazása kifejezések számértékének meghatározására, kifejezések átalakítására. Matematikatörténet: a logaritmus fogalmának kialakulása, változása. Logaritmustáblázat.	*Kémia:* pH-számítás. *Fizika:* radioaktivitással kapcsolatos számítási feladatok. *Technika, életvitel és gyakorlat*: zajszennyezés.
A logaritmusfüggvény. A logaritmusfüggvény ábrázolása, vizsgálata. Adott alaphoz tartozó exponenciális és logaritmusfüggvény kapcsolata. Inverz függvénykapcsolat szemléletes fogalma.	
Logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek. Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával. Értelmezési tartomány vizsgálata. Számológép használata.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**3. Sorozatok**	**Órakeret 20 óra**
Előzetes tudás	Számtani sorozat fogalma, egyszerű alapösszefüggések.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A hétköznapi életben és a matematikai problémákban a sorozattal leírható mennyiségek felismerése. Sorozatok megadási módszereinek alkalmazása. Összefüggések, képletek hatékony alkalmazása.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	**Kapcsolódási pontok**
A sorozat fogalma, megadása, ábrázolása. Sorozat megadása rekurzióval – Fibonacci-sorozat. *Matematikatörténet*: Fibonacci.	*Informatika*: algoritmusok.
Számtani sorozat. A számtani sorozat *n*-edik tagja. A számtani sorozat első *n* tagjának összegének kiszámítási módja. A számtani közép tulajdonság. Számítási feladatok a számtani sorozat felismerésére, az összefüggések alkalmazására. Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal. *Matematikatörténet*: Gauss.	
Mértani sorozat. A mértani sorozat *n*-edik tagja. A mértani sorozat első *n* tagja összegének kiszámítási módja. A mértani közép tulajdonság. Számítási feladatok a mértani sorozat felismerésére, az összefüggések alkalmazására. Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal. Exponenciális folyamatok a természettudományban és a társadalomtudományokban.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz, történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek*: exponenciális folyamatok.
Gyakorlati alkalmazások – kamatszámítás. Pénzügyi alapfogalmak – kamatos kamat, törlesztőrészlet, hitel, THM, gyűjtőjáradék.	*Földrajz*: világgazdaság – hitel – adósság – eladósodás.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Sorozat, számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamat.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**4. Trigonometria**	**Órakeret 42 óra**
Előzetes tudás	Vektorokkal végzett műveletek. Hegyesszögek szögfüggvényei, a szögfüggvények általános értelmezése, szögmérés fokban és radiánban, szögfüggvények közötti egyszerű összefüggések, trigonometrikus függvények.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai látásmód fejlesztése. A művelet fogalmának bővítése egy újszerű művelettel, a skaláris szorzással. Az algebrai és a geometriai módszerek közös alkalmazása számítási, bizonyítási feladatokban. A tanultak alkalmazása más tudományterületeken is. A függvényszemlélet alkalmazása az egyenletmegoldás során, végtelen sok megoldás keresése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A szögfüggvények általános értelmezése. − Forgásszög, egységvektor, vektorkoordináták, egységkör. − A szögfüggvények előjele a különböző síknegyedekben. − Szögfüggvények közötti összefüggések. (Pitagoraszi összefüggés, összefüggés szög és mellékszög szinusza és koszinusza között.) − Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása. A trigonometrikus függvények. ($x \mapsto sinx;\ x \mapsto cosx;\ x \mapsto tg\,x$) ábrázolása, jellemzése. A szögfüggvények értelmezési tartománya, értékkészlete, zérushelyek, szélsőérték, periódus, monotonitás, korlátosság, paritás. Függvénytranszformáció, függvényvizsgálat.	*Fizika*: harmonikus rezgőmozgás, hullámmozgás leírása. *Informatika*: grafikonok elkészítése számítógépes programmal.
Egyszerű trigonometrikus egyenletek. A szögfüggvény definíciójának felhasználása a megoldáshoz. Az egyenletnek végtelen sok megoldása van.	
A vektor fogalma, vektorműveletek, vektorfelbontás, vektorkoordináták. A vektorok koordinátáival végzett műveletek és tulajdonságaik. A vektor 90°-os elforgatottjának koordinátái.	
Két vektor skaláris szorzata. A művelet újszerűségének bemutatása. Jelölések megjegyzése. − A skaláris szorzat tulajdonságai. A skaláris szorzás alkalmazása számítási és bizonyítási feladatokban. − Merőleges vektorok skaláris szorzata. Szükséges és elégséges feltétel. − Két vektor skaláris szorzatának kifejezése a vektorkoordináták segítségével.	*Fizika*: munka, elektromosságtan.
A háromszög területének kifejezése két oldal és a közbezárt szög segítségével. Alakzatok adatainak meghatározása. Szinusztétel. Koszinusztétel. A tételek pontos kimondása, bizonyítása. Kapcsolat a Pitagorasz-tétellel. Ábra és terv készítése a számítási feladatokhoz. Szögtávolság, terület meghatározása gyakorlati problémákban is. Bizonyításokban egyszerű gondolatmenet követése. Számológép használata.	*Földrajz*: távolságok, szögek kiszámítása – terepmérési feladatok, GPS. *Fizika:* vektor felbontása adott állású összetevőkre.
Szögfüggvények közötti összefüggések. −Szögfüggvényekről tanultak ismétlése. −Trigonometrikus függvények. −Összefüggések a szögfüggvények között. Addíciós tételek:	*Informatika:* számítógépes program használata.

–két szög összegének és különbségének szögfüggvényei. –egy szög kétszeresének szögfüggvényei. A trigonometrikus azonosságok megértése, használata, az alkalmas összefüggés megtalálása. Függvénytáblázat használata feladatok megoldásában.	
Trigonometrikus egyenletek. Egységkör, illetve trigonometrikus függvény grafikonjának felhasználása az egyenlet megoldásához. Az összes megoldás megkeresése. Időtől függő periodikus jelenségek vizsgálata.	*Fizika*: rezgőmozgás; adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Skaláris szorzat.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**5. Koordinátageometria**	**Órakeret 17 óra**
Előzetes tudás	Koordinátarendszer, vektorok, vektorműveletek megadása koordinátákkal. Helyvektor, szabadvektor. Ponthalmazok koordináta-rendszerben. Függvények ábrázolása. Elsőfokú, másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Elemi geometriai ismeretek megközelítése új eszközzel. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Számítógép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		**Kapcsolódási pontok**
Két pont távolsága. A Pitagorasz-tétel alkalmazása. Vektor abszolút-értékének kiszámítása. Két vektor hajlásszöge. Skaláris szorzat használata.		
Szakasz felezőpontjának, harmadoló-pontjának koordinátái. A háromszög súlypontjának koordinátái. Elemi geometriai ismeretek alkalmazása, vektorok használata, koordináták kiszámolása.		*Fizika*: alakzatok tömegközéppontja.
Az egyenes helyzetét jellemző adatok: irányvektor, normálvektor, irányszög, iránytangens. A különböző jellemzők közötti kapcsolat értése, használata.		*Fizika:* mérések értékelése.
Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének a feltétele. Az egyenes egyenlete: –normálvektoros egyenlet; –irányténye zős egyenlet. Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel. A feladathoz alkalmas egyenlettípus kiválasztása. Két egyenes metszéspontja. Egyenletrendszerek megoldási módszereinek felidézése.		*Informatika:* számítógépes program használata.

A kör egyenlete. Kör egyenletének felírása a középpont és a sugár ismeretében. −A kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet. −Kör és egyenes kölcsönös helyzete. −A kör egy adott pontjában húzott érintőjének egyenlete.	*Informatika:* számítógépes program használata.
Ponthalmazok a koordinátasíkon. Egyenlőtlenséggel megadott egyszerű feltételek vizsgálata, ábrázolása.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Vektor, irányvektor, normálvektor, irányítényező.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**6. Statisztika, valószínűség**	**Órakeret 12 óra**
Előzetes tudás	Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Klasszikus valószínűségi modell.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának bővítése, mélyítése. A kombinatorikai ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására.	
Ismeretek és fejlesztési követelmények		**Kapcsolódási pontok**
Statisztikai mintavétel. Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. Ismeretek mozgósítása: a minta terjedelme. Átlag, medián, módusz, szórás. Közvélemény-kutatás. Minőségellenőrzés.		*Informatika*: táblázatkezelő, adatbáziskezelő program használata. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* választások. *Földrajz*: statisztikai évkönyv.
Véletlen jelenségek megfigyelése. A modell és a valóság kapcsolata. Szerencsejátékok elemzése. Véletlen jelenségek számítógépes szimulációja. Klasszikus valószínűségi modell. A tanult kombinatorikai módszerek használata. A valószínűség becslése, számolása. Geometriai valószínűség. *Matematikatörténet*: Pólya György, Rényi Alfréd, Erdős Pál.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valószínűség. A valószínűség klasszikus modellje.	

A fejlesztés várt eredményei a 11. év égén	*Gondolkodási és megismerési módszerek* – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. – Szövegértés: a szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. *Számelmélet, algebra* – A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete. – A logaritmus fogalmának ismerete. – A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából. – Exponenciális és logaritmusos egyenletek megoldása, ellenőrzése. – Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása. – A számológép biztos használata. *Geometria* – Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete. – Két vektor skaláris szorzata alkalmazása. – Forgásszögek———szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete. – Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása. – Valós problémákhoz geometriai modell alkotása. – A geometriai és az algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása. *Függvények, az analízis elemei* – Az exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése. – Függvénytranszformációk alkalmazása. – Exponenciális folyamatok matematikai modelljének használata. – A számtani és a mértani sorozat ismerete, feladatokban való alkalmazása. – Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése. *Valószínűség, statisztika* – Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében. – A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módjának alkalmazása. – Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.

3.2 12. évfolyam

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák. Ezen kívül számonkérésre **16** órát terveztünk.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Térgeometria, felszín, térfogat**	**Órakeret 36 óra**
Előzetes tudás	Térelemek illeszkedése, távolsága, szöge. Térbeli testek jellemzői: csúcs, lap, átló, felszín, térfogat.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A korábban kísérletezéssel, méréssel, szemlélet alapján megszerzett ismeretek mélyítése, elméleti hátterük megteremtése. A térszemlélet, az esztétikai érzék fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	**Kapcsolódási pontok**
Térelemek. Két kitérő egyenes hajlásszöge. Síkra merőleges egyenes. Egyenes és sík hajlásszöge. Két sík hajlásszöge. Pont távolsága síktól. Két párhuzamos sík távolsága. Két kitérő egyenes távolsága. A fogalmak bemutatása modelleken és a környezetünk tárgyain. Modellezőkészletek használata. Digitális technikák használata térbeli ábrák megjelenítéséhez.	*Vizuális kultúra*: axonometria.
Kerület- és területszámítás eddig tanult részeinek áttekintése. Síkidomok kerülete, területe. Képi emlékezés, ismeretek felidézése. Képzeletben történő mozgatás, átdarabolás, szétvágás.	
Testek, szabályos testek. Térbeli modellek használata, készítése. Számítógép használata ábrázoláshoz. Ábrakészítés térbeli testekről.	*Informatika*: számítógépes szimulációs program használata. *Kémia:* kristályok
A térfogatszámítás alapelvei. Mérőszám és mértékegység.	
Egyenes hasáb felszíne, térfogata. Forgáshenger felszíne, térfogata. Az összefüggések alkalmazása változatos térgeometriai feladatokban, gyakorlati alkalmazások.	*Informatika*: számítógépes program használata.
A kúp felszíne, térfogata. A közelítés szemléletes fogalma. Csonkagúla, csonkakúp.	*Vizuális kultúra:* építészet.

A csonkagúla, csonkakúp térfogata és felszíne. A hasonlóság alkalmazása. A gömb térfogata és felszíne. Térgeometriai ismeretek alkalmazása. *Matematikatörténet*: Cavalieri.	*Biológia-egészségtan:* keringéssel kapcsolatos számítási feladatok.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Felszín, térfogat, hengerszerű test, kúpszerű test, csonkagúla, csonkakúp.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**4. Rendszerező összefoglalás**	**Órakeret 72 óra**
Előzetes tudás	A 4 év matematika anyaga.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása az egyes témakörökben. A megoldási módszerek tudatosítása, a problémákban alkalmazható közös modellek, számítási-bizonyítási módszerek keresése. Az ismeretek gyakorlati problémákra való alkalmazása. A matematika épülésének folyamatába történő betekintés a matematikatörténet néhány fejezetének, nagy egyéniségének megismerésével.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		**Kapcsolódási pontok**
Gondolkodási módszerek. Halmazok. Számhalmazok. A halmazok alkalmazási területei a matematika különböző ágaiban. A halmazok szemléltetésre, az összefüggések áttekintésére, közös tulajdonságok kiemelésére való használata. A valós számok halmaza fogalmának megerősítése, a számkörbővítés lépéseinek az áttekintése. Logikai ismeretek. A matematikai szövegek helyes értelmezése. Pontos fogalmazásra való törekvés, a definíciókban, tételekben szereplő feltételek szerepének, jelentésének tudatosítása. A logikai műveletek során a bizonyítások, feladatmegoldások tudatos alkalmazása. A matematikában tanult módszerek. A bizonyítási módszerek rendszerezése feladatokon, gyakorlati alkalmazásokon keresztül: a direkt, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulyaelv. Kombinatorika, gráfelmélet. A sorbarendezési és leszámolási feladatok alaptípusainak felismerése – gráfok alkalmazása a problémamegoldás során.		
Számelmélet, algebra. Számhalmazok. A valós számok halmazán értelmezett műveletek, műveleti tulajdonságok biztonságos használata. Az eredmények várható értékének becslése – annak vizsgálata, hogy reális-e az eredményünk.		

Algebrai alapfogalmak, azonosságok. Átalakítások algebrai kifejezésekkel. A zsebszámológép használata. Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek. Változatos módszerek alkalmazása, többféle megoldás keresése. Gyakorlati problémákat tartalmazó szöveges feladatok megoldása. A különböző témakörökhöz tartozó problémák közötti kapcsolatok észrevétele. Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása.	
Geometria. Mérés és mérték. A hosszúság -, terület -, térfogatmérés, a szögmérés fontos kérdése: mi a problémához illő egység, milyen pontosan adjuk meg az eredményt. A geometriai szerkesztések. Megengedett szerkesztési lépések és eszközök használata. A geometriai transzformációk. A geometriai transzformációk előfordulásainak keresése környezetünkben. A szimmetria és a harmónia észrevétele a művészetekben. A háromszögekre vonatkozó ismeretek. A négyszögekre, sokszögekre vonatkozó ismeretek. Körre vonatkozó ismeretek. Az alakzatok tulajdonságainak, nevezetes vonalainak felidézése, az absztrakciós készség fejlődése. Trigonometria. Vektorok, koordinátageometria. A trigonometria és a koordinátageometria a geometriai és az algebrai készségeket együtt fejleszti.	
Sorozatok, függvények. Függvények grafikonjai, jellemzésük. Függvénytranszformációk. Függvények a matematikában, a természettudományokban és hétköznapjainkban. Számtani és mértani sorozat, kamatos kamatszámítás.	*Informatika*: számítógépes program használata.
Statisztika, valószínűség. Adatsokaságok elemzése. Véletlen jelenségek vizsgálata. Vélemények megbeszélése, érvelés, sejtések megfogalmazása, azok elfogadása vagy elvetése. A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban.	*Informatika*: táblázatkezelő, adatbáziskezelő program használata.
Tudománytörténeti és matematikai érdekességek, neves matematikusok. Néhány matematikatörténeti szemelvény. A matematikatörténet néhány érdekes problémájának áttekintése.	*Informatika*: könyvtárhasználat, internethasználat.

Pl. nem euklideszi geometria – Bolyai János, Bolyai Farkas; nagy Fermat-tétel, számítógépek fejlődése – Neumann János… A matematika néhány filozófiai kérdése. A matematika fejlődésének külső és belső hajtóerői. Néhány megoldatlan és megoldhatatlan probléma.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	

A fejlesztés várt eredményei a 12. év végén	*Gondolkodási és megismerési módszerek* – A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. – Szövegértés: a szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. – A gráfok eszköz jellegű használata probléma megoldásában. *Számelmélet, algebra* – A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete. – A logaritmus fogalmának ismerete. – A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából. – Exponenciális és logaritmusos egyenletek megoldása, ellenőrzése. – Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása. – A számológép biztos használata. *Geometria* – Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete. – Két vektor skaláris szorzata alkalmazása. – Forgásszögek―――szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete. – Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása. – Valós problémákhoz geometriai modell alkotása. – A geometriai és az algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása. – Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése. – Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása. *Függvények, az analízis elemei* – Az exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése. – Függvénytranszformációk alkalmazása. – Exponenciális folyamatok matematikai modelljének használata. – A számtani és a mértani sorozat ismerete, feladatokban való alkalmazása. – Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése.

	Valószínűség, statisztika −Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében. −A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módjának alkalmazása. −Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása. A matematikai tanulmányok végére a tanulók önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat. Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat. Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni (pl. gazdasági, pénzügyi kérdésekben). Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket. Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni. A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket. A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére. A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége. Rendelkezzenek alapvető matematika kultúrtörténeti ismeretekkel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.

MATEMATIKA

Heti *4x4x4x4* órás tanterv

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról, mint tudásrendszerről, és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömének forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mind inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytani, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reproduktív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk Az adatok,

táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunkétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), Internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematika-tanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglakozzunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimumproblémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulókban azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, ill. a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, ill. pl. vegyész, grafikus, szociológus stb.), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja minden tanuló számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann. A kerettanterv ezen kívül is sok helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértetése. Ennek miként jét a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért a tantervben a tételek megnevezése mellett nem szerepel utalás a bizonyításra. A fejlesztési cél elérése szempontjából - egy adott tanulói közösség számára - nem feltétlenül a tantervben szereplő (nevesített) tételek a legalkalmasabbak bizonyítás bemutatására, gyakorlására.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nem csak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódó tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

A matematika tantárgy értékelési, osztályozási szempontjai:

-A pedagógiai programunkban megfogalmazottak alapján szóbeli és írásbeli számonkérések vannak, de az írásbeli számonkérés aránya nagyobb.
-A témazáró dolgozatok eredményét duplán vesszük figyelembe a félévi és év végi értékeléskor. A többi számonkérésre kapott érdemjegy szimplán számít.
-A tantervekben megfogalmazott tananyagokból minden fogalom megtanulása, a tételek kimondása és a tanórán is feldolgozott mintafeladatok reproduktív ismerete tartozik az elégséges szinthez,
- Jeles év végi jegyet az a tanuló kaphat, akinek nincs hármasnál rosszabb témazáró dolgozata az év során, és a témazáró osztályzatainak több mint a fele (csak jó és jeles témazáró osztályzatok esetén legalább a fele) jeles
- A tanórai aktivitást is értékelhetjük osztályzattal
- Az osztályzatokat a tanár az osztályzat keletkezésekor közli a tanulókkal, szóbeli magyarázatot is fűz hozzá, és az osztályzatokat rögzíti a naplóban.
- A félévi és év végi érdemjegyek megállapítása az osztályzatok alapján történik, de a változások tendenciáját, a hozzáállást is figyelembe vesszük.

4 9–10. évfolyam

A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismertszerzés fő módszere a tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása. A középiskola első két évfolyamán sok, korábban már szereplő ismeret, összefüggés, fogalom újra előkerül, úgy, hogy a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségeik megismerésén van a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenki által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.) A felsorolt célok az általános iskolai

matematikatanítás céljaihoz képest jelentős többletet jelentenek, ezért is fontos, hogy változatos módszertani megoldásokkal tegyük könnyebbé az átmenetet.

A problémamegoldás megszerettetésének igen fontos eszközei lehetnek a matematikai alapú játékok. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat, és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amilyeneket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A matematikatanításnak ebben a szakaszában sok érdekes matematikatörténeti vonatkozással lehet közelebb hozni a tanulókhoz a tantárgyat. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját. A geometria egyes területeinek (szimmetriák, aranymetszés) a művészetekben való alkalmazásait megjelenítve világossá tehetjük a tanulók előtt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt. (A tantervben *dőlt* betűkkel szerepelnek ezek a részek.)

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

Ez az életkor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók digitális kompetenciájának növeléséhez, ugyanúgy, mint a geometriai és egyéb matematikai programok használata is.

A tanulók későbbi, matematika szempontjából nagyon különböző céljai, a fogalmi gondolkodásban megnyilvánuló különbségek igen fontossá teszik ebben a szakaszban a differenciálást.

4.1 9. évfolyam

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák. Ezen kívül számonkérésre **10**, ismétlésre, rendszerezésre **12** órát terveztünk.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási és megismerési módszerek**	**Órakeret 10 óra**
Előzetes tudás	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**
Véges és végtelen halmazok. Végtelen számosság szemléletes fogalma. *Matematikatörténet:* Cantor.	Annak megértése, hogy csak a véges halmazok elemszáma adható meg természetes számmal.	

Részhalmaz. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Halmazok közötti viszonyok megjelenítése.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása. Elnevezések megtanulása, definíciókra való emlékezés.	*Magyar nyelv és irodalom*: mondatok, szavak, hangok rendszerezése. *Biológia-egészségtan:* halmazműveletek alkalmazása a rendszertanban. *Kémia:* anyagok csoportosítása.
Alaphalmaz és komplementer halmaz.	Annak tudatosítása, hogy alaphalmaz nélkül nincs komplementer halmaz. Halmaz közös elem nélküli halmazokra bontása jelentőségének belátása.	*Biológia-egészségtan:* élőlények osztályozása; besorolás közös rész nélküli halmazokba.
A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok. A számírás története.	A megismert számhalmazok áttekintése. Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen.	*Informatika:* számábrázolás (problémamegoldás táblázatkezelővel).
Valós számok halmaza. Az intervallum fogalma, fajtái. Irracionális szám létezése.	Annak tudatosítása, hogy az intervallum végtelen halmaz.	
Távolsággal megadott ponthalmazok, adott tulajdonságú ponthalmazok (kör, gömb, felező merőleges, szögfelező, középpárhuzamos).	Ponthalmazok megadása ábrával. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (például két feltétellel megadott ponthalmaz).	*Vizuális kultúra:* a tér ábrázolása. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha…, akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	
Szöveges feladatok.	Szöveges feladatok értelmezése,	*Magyar nyelv és*

(Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	*irodalom:* szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata. *Technika, életvitel és gyakorlat:* egészséges életmódra és a családi életre nevelés.
A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Nyitott mondatok igazsághalmaza, szemléltetés módjai.	A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Halmazok eszközjellegű használata.	
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). *Matematikatörténet:* Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	*Magyar nyelv és irodalom:* mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.
Állítás és megfordítása. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.	Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha …, akkor …” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.	
Bizonyítás.	Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás	*Etika:* a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.

	gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapokból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Unió, metszet, különbség, komplementer halmaz. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. „Ha …., akkor …"). Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**2. Számtan, algebra**	**Órakeret 54 óra**
Előzetes tudás	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**
Számelmélet elemei. A tanult oszthatósági szabályok. Prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímek. *Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek*: (pl. végtelen sok prímszám létezik, tökéletes számok, barátságos számok, Eukleidész. Mersenne, Euler, Fermat)	A tanult oszthatósági szabályok rendszerezése. Prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása a felbontás segítségével. Egyszerű oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása. Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása. Érvelés.	
Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.	Fogalmi általánosítás: a korábbi definíció kiterjesztése.	
A hatványozás azonosságai.	Korábbi ismeretekre való	

	emlékezés.	
Számok abszolút értéke.	Egyenértékű definíció (távolsággal adott definícióval).	*Fizika:* hőmérséklet, elektromos töltés, áram, feszültség előjeles értelmezése.
Különböző számrendszerek. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer. *Matematikatörténet:* Neumann János.	A különböző számrendszerek egyenértékűségének belátása.	*Informatika:* kommunikáció ember és gép között, adattárolás egységei.
Számok normálalakja.	Az egyes fogalmak (távolság, idő, terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemzőinek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések. Számolás normálalakkal írásban és számológép segítségével. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* tér, idő, nagyságrendek – méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig; szennyezés, környezetvédelem.
Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata.	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása.	
Szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból.	Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele). A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* számítási feladatok. *Informatika:* problémamegoldás táblázatkezelővel. *Földrajz:* a pénzvilág működése. *Technika, életvitel és gyakorlat*: tudatos élelmiszer-választás, becslések, mérések, számítások. *Társadalmi, állampolgári és gazdasági ismeretek:* a család pénzügyei és gazdálkodása,

		vállalkozások.
$(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$ polinom alakja, $a^2 - b^2$ szorzat alakja. Azonosság fogalma.	Ismeretek tudatos memorizálása (azonosságok). Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.	*Fizika:* számítási feladatok megoldása (pl. munkatétel).
Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya. Algebrai kifejezések egyszerűbb alakra hozása.	Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, műveletek törtekkel).	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* számítási feladatok.
Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekből.	A képlet értelmének, jelentőségének belátása. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.	*Fizika; kémia:* képletek értelmezése.
Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (behelyettesítő módszer, ellentett együtthatók módszere).	*Fizika:* kinematika, dinamika.
Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok.	A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, egyenlőtlenség, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	*Fizika:* kinematika, dinamika. *Kémia:* százalékos keverési feladatok.
Egy abszolútértéket tartalmazó egyenletek. $\lvert x+c \rvert = ax+b$.	Definíciókra való emlékezés.	
A négyzetgyök definíciója. A négyzetgyök azonosságai.	Számológép használata. A négyzetgyök azonosságainak használata konkrét esetekben.	*Fizika:* fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása.
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata.	
Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között.	Gondolatmenet megfordítása.	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Hatvány. Normálalak. Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Elsőfokú egyenlet. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Számtani közép, mértani közép.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**3. Összefüggések, függvények, sorozatok**	**Órakeret 20 óra**
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**
A függvény megadása, elemi tulajdonságai.	Ismeretek tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* időben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata, adatkezelés táblázatkezelővel.
A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosság. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban.	Táblázatok készítése adott szabálynak, összefüggésnek megfelelően. Időben lejátszódó történések megfigyelése, a változás megfogalmazása. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapokban (pl. egységár, a változás sebessége). Lineáris függvény ábrázolása paraméterei alapján. Számítógép használata a lineáris folyamat megjelenítésében.	*Fizika:* időben lineáris folyamatok vizsgálata, a változás sebessége. *Kémia:* egyenes arányosság. *Informatika:* táblázatkezelés.
Az abszolútérték-függvény. Az $x \mapsto \lvert ax+b \rvert$ függvény grafikonja, tulajdonságai ($a \neq 0$).	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	
A négyzetgyökfüggvény. Az $x \mapsto \sqrt{x}$ $(x \geq 0)$ függvény grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	*Fizika:* matematikai inga lengésideje.
A fordított arányosság	Ismeretek felidézése	*Fizika:* ideális gáz,

függvénye. $x \mapsto \frac{a}{x}$ $(ax \neq 0)$ grafikonja, tulajdonságai.	(függvénytulajdonságok).	izoterma. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.
Függvények alkalmazása.	Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata. Számítógép alkalmazása (pl. függvényrajzoló program). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	*Fizika:* kinematika. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.
Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz:* számítási feladatok.
Az $x \mapsto ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \mapsto a(x-u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	*Fizika:* egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény. Valós függvény. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőértékhely, szélsőérték. Alapfüggvény. Függvénytranszformáció. Lineáris kapcsolat. Meredekség. Grafikus megoldás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**4. Geometria**	**Órakeret 33 óra**
Előzetes tudás	Térelemek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. A kör. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása,	

	számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások. Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	
Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**
Geometriai alapfogalmak. Térelemek, távolságok és szögek értelmezése. (Folyamatosan a 9-10. évfolyamon.)	Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, testek. Vázlat készítése.	
A háromszög nevezetes vonalai, körei. Oldalfelező merőlegesek, belső szögfelezők, magasságvonalak, középvonalak tulajdonságai. Körülírt kör, beírt kör. *Matematikatörténet:* például az Euler-egyenes, Feuerbach-kör bemutatása (interaktív szerkesztőprogrammal).	A definíciók és tételek pontos ismerete, alkalmazása.	*Informatika*: tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Konvex sokszögek általános tulajdonságai. Átlók száma, belső szögek összege. Szabályos sokszög belső szöge.	Fogalmak alkotása specializálással: konvex sokszög, szabályos sokszög.	
Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körszelet. Szelő, érintő.	Fogalmak pontos ismerete.	*Fizika:* körmozgás, a körpályán mozgó test sebessége. *Vizuális kultúra:* építészeti stílusok.
A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján).	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	*Fizika:* körmozgás sebessége, szögsebessége. *Földrajz:* távolság a Föld két pontja között.
A körcikk területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között .	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	
A szög mérése. A szög ívmértéke.	Mérés, mérési elvek megismerése. Mértékegység-választás, mérőszám.	*Fizika:* szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás.

		Földrajz: tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás.
Thalész tétele. A matematika, mint kulturális örökség.	Ismeretek tudatos memorizálása. Állítás és megfordításának gyakorlása.	
Pitagorasz-tétel alkalmazásai. (Koordináta-geometria előkészítése.)	Ismeretek mozgósítása, rendszerezése problémamegoldás érdekében. Állítás és megfordításának gyakorlása.	*Fizika:* vektor felbontása merőleges összetevőkre.
A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai. A geometriai vektorfogalom.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	*Fizika:* elmozdulásvektor, forgások. *Földrajz:* bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.
Egybevágóság, szimmetria.	Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata. *Vizuális kultúra:* kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok. *Biológia-egészségtan:* az emberi test síkjai, szimmetriája.
Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint. Szabályos sokszögek.	Fogalmak alkotása specializálással.	*Vizuális kultúra:* kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok.
Egyszerű szerkesztési feladatok.	Szerkesztési eljárások gyakorlása. Szerkesztési terv készítése, ellenőrzés. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Pontos, esztétikus munkára nevelés.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Vektorok összege, két vektor különbsége.	Műveleti analógiák (összeadás, kivonás).	*Fizika:* erők összege, két erő különbsége,

		vektormennyiség változása (pl. sebesség-változás).
Vektor szorzása valós számmal.	Új műveletfogalom kialakítása és gyakorlása.	*Fizika:* Newton II. törvénye.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Tér, sík, egyenes, pont. Sokszög. Háromszög, négyszög, speciális háromszög, speciális négyszög. Belső szög, külső szög, átló. Kerület, terület. Egybevágó. Szimmetria. Vektor, vektorművelet.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**5. Valószínűség, statisztika**	**Órakeret 5 óra**
Előzetes tudás	Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**
Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakoriság, relatív gyakoriság, eloszlás, kördiagram, oszlopdiagram, vonaldiagram).	Adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése. Diagramok, táblázatok olvasása, készítése. Grafikai szervezők összevetése más formátumú dokumentumokkal, következtetések levonása írott, ábrázolt és számszerű információ összekapcsolásával. Számítógép használata.	*Informatika:* adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). *Földrajz:* időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz.	A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése. Nagy adathalmaz vizsgálata kevés statisztikai jellemzővel: előnyök és hátrányok.	*Informatika:* statisztikai adatelemzés.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Adat. Diagram, táblázat. Módusz, medián, átlag.	

A fejlesztés várt eredményei a 9. évfolyam végén	*Gondolkodási és megismerési módszerek* – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete. – Értsék és jól használják a matematikai logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Egyszerű leszámlálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban. *Számtan, algebra* – Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok. – Elsőfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése. – Elsőfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése. – A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére. *Összefüggések, függvények, sorozatok* – A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete. – A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon). – Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása. – Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján. – Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség. – A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is. *Geometria* – Térelemek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése. – Nevezetes ponthalmazok ismerete, szerkesztésük. – A tanult egybevágósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete. – Egybevágó alakzatok, két egybevágó alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat). – Szimmetria ismerete, használata. – Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes

	vonalak, pontok, körök). – Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete. – Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal. – Kerület, terület szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, probléma geometriai modelljének megalkotása. – A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődött a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége. – A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni. – A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre. *Valószínűség, statisztika* – Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása. – Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése. – Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása. – A statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődött. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni.

4.2 10. évfolyam

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák. Ezen kívül számonkérésre **10**, ismétlésre, rendszerezésre **12** órát terveztünk.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási és megismerési módszerek**	**Órakeret 14 óra**
Előzetes tudás	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Halmazműveletek.Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha…, akkor”.	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló	

(Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)	alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	Magyar nyelv és irodalom: szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata. Technika, életvitel és gyakorlat: egészséges életmódra és a családi életre nevelés.
A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Nyitott mondatok igazsághalmaza, szemléltetés módjai.	A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Halmazok eszközjellegű használata.	
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). Matematikatörténet: Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	Magyar nyelv és irodalom: mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.

Állítás és megfordítása. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.	Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha …, akkor …” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.	
A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Nyitott mondatok igazsághalmaza, szemléltetés módjai.	A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Halmazok eszközjellegű használata.	
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). Matematikatörténet: Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	Magyar nyelv és irodalom: mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.
Bizonyítás.	Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapokból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.	Etika: a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban.	Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).	Informatika: problémamegoldás táblázatkezelővel. Technika, életvitel és gyakorlat: hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel. Magyar nyelv és irodalom: periodicitás,

		ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.
A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, fokszám). Egyszerű hálózat szemléltetése.	Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	Kémia: molekulák térszerkezete. Informatika: problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok. Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: pl. családfa. Technika, életvitel és gyakorlat: közlekedés.
Kulcsfogalmak/fogalmak	Gráf csúcsa, éle, csúcs fokszáma. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. „Ha …., akkor …"). Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**2. Számtan, algebra**	**Órakeret 37 óra**
Előzetes tudás	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványok, azonosságaik. Algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Első- és másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet.	Különböző algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (szorzattá alakítás, teljes négyzetté kiegészítés). Ismeretek	*Fizika:* egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.

	tudatos memorizálása (rendezett másodfokú egyenlet és megoldóképlet összekapcsolódása). A megoldóképlet biztos használata.	
Másodfokú egyenletre vezető gyakorlati problémák, szöveges feladatok.	Matematikai modell (másodfokú egyenlet) megalkotása a szöveg alapján. A megoldás ellenőrzése, gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	*Fizika; kémia:* számítási feladatok.
Gyöktényezős alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása.	Algebrai ismeretek alkalmazása.	
Gyökök és együtthatók összefüggései.	Önellenőrzés: egyenlet megoldásának ellenőrzése.	
Néhány egyszerű magasabb fokú egyenlet megoldása. *Matematikatörténet:* részletek a harmad- és ötödfokú egyenlet megoldásának történetéből.	Annak belátása, hogy vannak a matematikában megoldhatatlan problémák.	
Egyszerű négyzetgyökös egyenletek. $\sqrt{ax+b}=cx+d$.	Megoldások ellenőrzése.	*Fizika:* például egyenletesen gyorsuló mozgással kapcsolatos kinematikai feladat.
Másodfokú egyenletrendszer. A behelyettesítő módszer.	Egyszerű másodfokú egyenletrendszer megoldása. A behelyettesítő módszerrel is megoldható feladatok. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	
Egyszerű másodfokú egyenlőtlenségek. $ax^2+bx+c\geq 0$ (vagy > 0) alakra visszavezethető egyenlőtlenségek ($a\neq 0$).	Egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása. Másodfokú függvény eszközjellegű használata.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata.	
Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között. Gyakorlati példa minimum és maximum	Geometria és algebra összekapcsolása az azonosság igazolásánál. Gondolatmenet megfordítása.	*Fizika:* minimum- és maximumproblémák.

probléma megoldására.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Másodfokú egyenlet, diszkrimináns. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Számtani közép, mértani közép.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**3. Összefüggések, függvények, sorozatok**	**Órakeret 9 óra**
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**
Függvények alkalmazása.	Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata. Számítógép alkalmazása (pl. függvényrajzoló program). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	*Fizika:* kinematika. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.
Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz:* számítási feladatok.
Az $x \mapsto ax^2+bx+c$ $(a \neq 0)$ másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \mapsto a(x-u)^2+v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	*Fizika:* egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény. Valós függvény. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőértékhely, szélsőérték. Alapfüggvény. Függvénytranszformáció. Grafikus megoldás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**4. Geometria**	**Órakeret 53 óra**
Előzetes tudás	Térelemek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai,	

	négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúlák felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel, Thalész-tétel ismerete.
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások (henger, hasáb, kúp, gúla, gömb). Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**
Geometriai alapfogalmak. Térelemek, távolságok és szögek értelmezése. (Folyamatosan a 9-10. évfolyamon.)	Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, testek. Vázlat készítése.	
Középpontos hasonlóság, hasonlóság. Arányos osztás. A hasonlósági transzformáció.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Hasonló alakzatok.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása: a megfelelő szakaszok hosszának aránya állandó, a megfelelő szögek egyenlők, a kerület, a terület, a felszín és a térfogat változik.	
A háromszögek hasonlóságának alapesetei.	Szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése. Ismeretek tudatos memorizálása.	
A hasonlóság alkalmazásai. Háromszög súlyvonalai, súlypontja, hasonló síkidomok kerületének, területének aránya.	Új ismeretek matematikai alkalmazása.	*Fizika:* súlypont, tömegközéppont. *Vizuális kultúra:* összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az aranymetszés megjelenése a

		természetben, alkalmazása a művészetekben.
Magasságtétel, befogótétel a derékszögű háromszögben. Két pozitív szám mértani közepe.	Ismeretek tudatos memorizálása, alkalmazása szakaszok hosszának számolásánál, szakaszok szerkesztésénél.	
A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távolság, szög, terület a tervrajzon, térképen.	Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése: geometriai modell.	*Földrajz:* térképkészítés, térképolvasás.
Hasonló testek felszínének, térfogatának aránya.	Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	*Biológia-egészségtan:* példák arra, amikor adott térfogathoz nagy felület (pl. fák levelei) tartozik.
Vektorok felbontása összetevőkre.	Ismeretek mozgósítása új helyzetben. Emlékezés korábbi információkra.	*Fizika:* eredő erő, eredő összetevőkre bontása.
Bázisvektorok, vektorkoordináták.	Elnevezések, jelek és egyéb megállapodások megjegyzése. Emlékezés definíciókra.	*Fizika:* helymeghatározás, erővektor felbontása összetevőkre.
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense.		*Fizika:* erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.
A Pitagorasz-tétel és a hegyesszög szögfüggvényeinek alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására. Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben.	A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása.	*Fizika:* erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Tér, sík, egyenes, pont. Sokszög. Kerület, terület. Hasonlóság. Arány. Vektor, vektorművelet. Szinusz, koszinusz, tangens, kotangens.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**5. Valószínűség, statisztika**	**Órakeret 9 óra**
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Véletlen esemény és bekövetkezésének esélye, valószínűsége.	A véletlen esemény szimmetria alapján, logikai úton vagy kísérleti úton megadható, megbecsülhető esélye, valószínűsége. Kísérletek, játékok csoportban.	*Biológia-egészségtan:* öröklés, mutáció.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Véletlen kísérlet. Biztos esemény, lehetetlen esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség.	

A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén	*Gondolkodási és megismerési módszerek* – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete. – Értsék és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Egyszerű leszámlálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban. – Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. Alkalmazzák a gráfokról tanult ismereteiket gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására. *Számtan, algebra* – Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok. – Elsőfokú, másodfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése. – Elsőfokú és másodfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése. – Egyismeretlenes egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása. – Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása. – A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére. *Összefüggések, függvények, sorozatok* – A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.

	– A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon). – Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása. – Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján. – Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség. – A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is. *Geometria* – Térelemek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése. – Nevezetes ponthalmazok ismerete, szerkesztésük. – A tanult egybevágósági és hasonlósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete. – Egybevágó alakzatok, hasonló alakzatok; két egybevágó, illetve két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat). – Szimmetria ismerete, használata. – Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök). – Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel és a hegyesszögek szögfüggvényeivel; magasságtétel és befogótétel ismerete. – Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete. – Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal; vektor felbontása, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben. – Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása. – A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődött a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége. – A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni. – A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre. *Valószínűség, statisztika* – Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása. – Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése. – Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása. – Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen

	kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. – Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése. – A valószínűség-számítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődött. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét.

5 11–12. évfolyam

Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző- és összegzőképesség alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk. Olyanokat, amelyekhez kell az előző évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit, s így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára. A statisztikai kimutatások és az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése hozzájárul a vállalkozói kompetencia fejlesztéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Gyakran alkalmazhatjuk a digitális technikát az adatok, problémák gyűjtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban és mindennapjaink gyakorlatában is elengedhetetlen. A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A matematikatörténet feldolgozása például alkalmas erre. Ez sokat segíthet abban, hogy a matematikát kevésbé szerető tanulók se tekintsék gondolkodásmódjuktól távol álló területnek a matematikát.

5.1 11. évfolyam

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák. Ezen kívül számonkérésre **12,** ismétlésre, rendszerezésre a 11. évfolyamon **5** órát terveztünk.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási és megismerési módszerek**	**Órakeret 11 óra**
Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámlálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. *Matematikatörténet:* Erdős Pál.	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	*Földrajz:* előrejelzések, tendenciák megfogalmazása *Biológia-egészségtan:* genetika
Binomiális együtthatók.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.	
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszám összeg és az élek száma közötti összefüggés. *Matematikatörténet*: Euler.	Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra	Órakeret 23 óra
Előzetes tudás	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás).	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
n-edik gyök. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.	
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása.	
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.	
A definíciók és a hatványozás	Modellek alkotása (algebrai	*Fizika; kémia:*

azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek.	modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	radioaktivitás. *Földrajz; biológia-egészségtan:* globális problémák - demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.
A logaritmus értelmezése. *Matematikatörténet*: A logaritmussal való számolás szerepe (például a Kepler-törvények felfedezésében).	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	*Technika, életvitel és gyakorlat*: zajszennyezés. *Kémia:* pH-számítás. *Fizika*: Kepler-törvények.
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	*Fizika; kémia:* számítási feladatok.
A logaritmus azonosságai.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	
A definíciók és a logaritmus azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható logaritmusos egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	*Életvitel és gyakorlat:* zajszennyezés. *Kémia:* pH-számítás. *Biológia-egészségtan:* érzékelés, az inger és az érzet.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**3. Összefüggések, függvények, sorozatok**	**Órakeret 31 óra**
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek	

	megfelelően. Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. Ismerethordozók használata.

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**
Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg).	A kiterjesztés szükségességének, alapgondolatának megértése. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.	*Fizika:* periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram. *Földrajz:* térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
A trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$.	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.
Az exponenciális függvények.	Permanenciaelv alkalmazása.	
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvény modell): a lineáris és az exponenciális növekedés/csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok stb.).	*Fizika; kémia:* radioaktivitás. *Földrajz*: a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek; földrajz:* globális kérdések: - erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában.
A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmus alapfüggvények grafikonja, jellemzésük.		
A logaritmusfüggvény mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben.		*Fizika; kémia:* radioaktivitás.
A számsorozat fogalma. A	Sorozat megadása rekurzióval és	*Informatika:*

függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. *Matematikatörténet*: Fibonacci.	képlettel.	problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.
Számtani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. *Matematikatörténet*: Gauss.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.	
Mértani sorozat, az n. tag, az első n tag összege.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.	*Fizika; kémia, biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* exponenciális folyamatok vizsgálata.
Kamatoskamat-számítás.	Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye. Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás). A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása.	*Földrajz:* a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások. *Magyar nyelv és irodalom:* szövegértés.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szinuszfüggvény, koszinuszfüggvény, tangensfüggvény. Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat. Számsorozat. Rekurzió. Számtani sorozat, mértani sorozat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**4. Geometria**	**Órakeret 42 óra**
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes ponthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes	

	egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Számológép (számítógép) használata.
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**
Szinusztétel, koszinusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel).	*Fizika:* vektor felbontása adott állású összetevőkre. *Földrajz:* térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
Síkidomok kerületének és területének számítása.	Ismeretek alkalmazása.	*Földrajz:* felszínszámítás.
Pitagoraszi összefüggés egy szög szinusza és koszinusza között. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusza, illetve koszinusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.	A trigonometrikus azonosságok megértése, használata. Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában.	
Egyszerű trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. Azonosság alkalmazását igénylő egyszerű trigonometrikus egyenlet.	A problémához hasonló egyszerű probléma keresése.	*Fizika:* rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.
Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. Két vektor merőlegességének szükséges és elégséges feltétele.	A művelet újszerűségének felfedezése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése, megkülönböztetése.	*Fizika:* mechanikai munka, mágneses fluxus.
Helyvektor.	Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások.	*Fizika:* vonatkoztatási rendszer, hely megadása.
Műveletek koordinátáikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.	*Fizika*: erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).
A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának,	Képletek értelmezése, alkalmazása.	*Fizika:* hely megadása.

harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.		
Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	
A kör egyenlete.	Geometria és algebra összekapcsolása.	*Informatika:* ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	*Informatika:* ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Iránytangens és az egyenes meredeksége.		*Fizika:* út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata.
A merőlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal.	Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban.	
Az egyenes egyenlete. Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értése, használata.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Két egyenes metszéspontja. Kör és egyenes kölcsönös helyzete.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	*Informatika:* ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A kör adott pontjában húzott érintője.	A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.	*Informatika*: ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A koordinátageometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában.	Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata). *Fizika:* égitestek

		pályája.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valós szám szinusza, koszinusza, tangense. Bázisrendszer, helyvektor. Skaláris szorzat. Ponthalmaz egyenlete; kétismeretlenes egyenletnek megfelelő ponthalmaz.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**5. Valószínűség, statisztika**	**Órakeret 20 óra**
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek értelmezése az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**
Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Logikai műveletek, halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	*Informatika*: folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.
Véletlen esemény, valószínűség. A valószínűség matematikai definíciójának bemutatása példákon keresztül.	A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata.	
A valószínűség klasszikus modellje. *Matematikatörténet:* Rényi: Levelek a valószínűségről.	A modell és a valóság kapcsolata.	
Egyszerű valószínűség-számítási problémák.	Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása.	*Fizika*: az űrkutatás hatása mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége.
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén. Visszatevés nélküli mintavétel.	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.	*Informatika*: tantárgyi szimulációs programok használata.
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem,	A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus	

szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.	értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése. Közvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell. Szórás.	

A fejlesztés várt eredményei a 11. évfolyam végén	*Gondolkodási és megismerési módszerek* – A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. – A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásában. – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. – A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. – A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani – A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is. *Számtan, algebra* – A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete. – A logaritmus fogalmának ismerete. – A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából. – Egyszerű exponenciális és logaritmusos egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése. – A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával. – Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban. *Összefüggések, függvények, sorozatok* – Trigonometrikus függvények értelmezése, alkalmazása. – Függvénytranszformációk végrehajtása. – Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény ismerete. – Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése. – A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások. – Az új függvények ismerete és jellemzése kapcsán a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról. ***5.1.1*** *Geometria* – Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló

	kezelésében. – A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban. – A valós problémákhoz geometriai modell alkotása. – Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása. – Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása. – Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása. – A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása. *5.1.2 Valószínűség, statisztika* – Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében. – A valószínűség matematikai fogalma. – A valószínűség klasszikus kiszámítási módja. – Mintavétel és valószínűség. – A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni. – Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.

5.2 12. évfolyam

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák. Ezen kívül számonkérésre **16** órát terveztünk

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Geometria**	**Órakeret 36 óra**
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes ponthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	
Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**
Síkidomok kerületének és	Ismeretek alkalmazása.	*Földrajz:*

területének számítása.		felszínszámítás.
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúlák és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek).	*Informatika*: tantárgyi szimulációs programok használata (térgeometriai szimulációs program). *Kémia:* kristályok.
A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok.	A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása.	*Informatika*: tantárgyi szimulációs programok használata (térgeometriai szimulációs program).
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Felszín, térfogat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**Rendszerező összefoglalás**	**Órakeret 72 óra**
Előzetes tudás	A középiskolai matematika anyaga.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**
Gondolkodási és megismerési módszerek		
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).	
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	*Filozófia:* logika - a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez. *Informatika:* Egy bizonyos, nemrég történt esemény információinak begyűjtése több párhuzamos forrásból, ezek összehasonlítása, elemzése, az

		igazságtartalom keresése, a manipulált információ felfedése. Navigációs eszközök használata: hierarchizált és legördülő menük használata.
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	
Bizonyítási módszerek.	Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése.	*Filozófia:* szillogizmusok.
Kombinatorika: leszámlálási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.	Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.	
Számtan, algebra		
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	*Technika, életvitel és gyakorlat:* alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.
Egyenletek és egyenlőtlenségek.	Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével.	
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és*

	szögfüggvények példáján.	*állampolgári ismeretek*: képletek használata
Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	
Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.	Tanult egyenlettípusok és egyenlőtlenségtípusok önálló megoldása.	
Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek*: matematikai modellek.
Összefüggések, függvények, sorozatok		
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	
A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	
Függvénytranszformációk: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	
Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.	Emlékezés, ismeretek mozgósítása.	
	Függvények használata valós	*Fizika, kémia;*

	folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	*biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek*: matematikai modellek.
Geometria		
Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok.		
Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.		
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	
Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.	
Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.	
Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.		
Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. *Matematikatörténet*: a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig.		
Vektorok alkalmazásai.		
Egyenes egyenlete. Kör	Geometria és algebra	

egyenlete. Két alakzat közös pontja. *Matematikatörténet*: nevezetes szerkeszthetőségi problémák.	összekapcsolása.	
Valószínűség-számítás, statisztika		
Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése.	*Magyar nyelv és irodalom*: a tartalom értékelése hihetőség szempontjából; a szöveg hitelességével kapcsolatos tartalmi elemek magyarázata; a kétértelmű, többjelentésű tartalmi elemek feloldása; egy következtetés alapját jelentő tartalmi elem felismerése; az olvasó előismereteire alapozó figyelemfelhívó jellegű címadás felismerése.
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei.	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	*Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan*: szenvedélybetegségek és rizikófaktor.

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Térelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.

A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén	*Gondolkodási és megismerési módszerek* – A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. – A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásában. – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. – A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. – A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani – A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is. *Számtan, algebra* – A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete. – A logaritmus fogalmának ismerete. – A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából. – Egyszerű exponenciális és logaritmusos egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése. – A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával. – Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban. *Összefüggések, függvények, sorozatok* – Trigonometrikus függvények értelmezése, alkalmazása. – Függvénytranszformációk végrehajtása. – Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény ismerete. – Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése. – A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások. – Az új függvények ismerete és jellemzése kapcsán a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról. 5.2.1 *Geometria* – Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében. – A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban. – A valós problémákhoz geometriai modell alkotása. – Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.

	– Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása. – Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása. – A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása. *5.2.2 Valószínűség, statisztika* – Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében. – A valószínűség matematikai fogalma. – A valószínűség klasszikus kiszámítási módja. – Mintavétel és valószínűség. – A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni. – Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét. *Összességében* – A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat. – Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat. – Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni. – Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket. – Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni. – A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket. – A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére. – A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége. – A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúrtörténeti ismereteivel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.